Prueba de Evaluación Continua_3 (PEC3)

Presentación

Esta PEC consta de 7 ejercicios que evalúan los conceptos adquiridos en el módulo 3.

Competencias

1. Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que capaciten para el aprendizaje de nuevos métodos y nuevas tecnologías, y doten al estudiante de una gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
2. Comprensión y dominio de los conceptos básicos de sistemas lineales y las funciones y transformaciones relacionadas, y su aplicación para la resolución de problemas propios de la ingeniería.
3. Capacidad para analizar, codificar, procesar y transmitir información multimedia empleando técnicas de procesamiento analógico y digital de la señal.

Objetivos

1. Calcular la DFT y DFT inversa.
2. Conocer la relación entre la DFT y la Transformada discreta de Fourier
3. Analizar las principales propiedades de la DFT y la DFT inversa.
4. Aplicar las ecuaciones de la DFT para resolver cálculos de transformadas.
5. Resolver la convolución lineal mediante la DFT

Descripción de la PEC a realizar

Resolver los problemas propuestos

Recursos

Apuntes y problemas resueltos del módulo 3 que se encuentran en el foro.

Formato y fecha de entrega

Se entregará editada y/o escaneada en un único archivo en formato PDF, con el siguiente nombre: apellidos_nombre_PEC3.pdf

Ejercicio 1 (1,5 punto)

a) Usando las definiciones de la transformada discreta de Fourier (DFT) y la transformada discreta de Fourier inversa (IDFT), calcula:

a1) La DFT de 6 muestras de la secuencia x[n] = (<u>2</u> , -1 , 0 , 4 , 0 , -1)

a2) La IDFT de 4 muestras de X = (<u>7</u> , 2 + j , 5 , 2 - j)

b) Escribe la expresión general de las matrices necesarias para calcular en forma matricial la transformada discreta de Fourier y la transformada discreta de Fourier inversa de N=2 muestras de una señal. Escribe también las matrices de la transformada y transformada inversa de N=3 muestras. Simplifica lo más posible estas expresiones (calculando valores de las exponenciales) pero sin redondear o truncar valores.

Utiliza estas matrices para calcular

b1) La DFT de 3 muestras de x[n] = (<u>-2</u> , 1 , 3)

b2) La IDFT de 2 muestras de X = (<u>3</u> , -5)

Ejercicio 2 (1 punto)

Si la longitud de $x[n]$ es N=4, y su DFT de 8 muestras es

$$X_8[k] = [7, 3 - 2\sqrt{2}i, 3, 3 - 2\sqrt{2}i, -1, 3 + 2\sqrt{2}i, 3, 3 + 2\sqrt{2}i]$$

encuentra la DFT de 4 muestras de la señal $x[n]$ **SIN calcular explícitamente la secuencia** $x[n]$ sino usando la relación entre su DFT $X[k]$ y la transformada discreta de Fourier $X(e^{jw})$

Ejercicio 3 (2 puntos)

Utiliza propiedades de la transformada discreta de Fourier para resolver los siguientes ejercicios

a) Las muestras pares de la DFT de 9 puntos de una señal real x[n] son las siguientes

X[0]=10

X[2]= -3.7588 - 1.7321i

X[4]= 3.0642 + 1.7321i

X[6] = -0.5000 + 2.5981i

X[8] = 0.6946 - 1.7321i

Determina las muestras impares que faltan.

b) Considera la secuencia $x[n] = [2, 4, 6, 8, 10, 5]$

Calcula $y = DFT_6\big(DFT_6(2, 4, 6, 8, 10, 5)\big)$ **sin calcular explícitamente ninguna DFT**

c) Considera la secuencia $x[n] = [2\ 1\ 1\ 2\ 0]$

Sea $X_5[k]$ la DFT de N=5 muestras de $x[n]$

Dibuja la secuencia y[n] cuya DFT es $Y[k] = e^{-j\frac{2\pi}{5}k2}X_5[k]$, **sin calcular explícitamente las DFTs**

d) Dos secuencias de 8 muestras $x_1[n]$ y $x_2[n]$ tienen DFTs $X_1[k]$ y $X_2[k]$, respectivamente

Sin calcular explícitamente las DFTs, determina la relación entre $X_1[k]$ y $X_2[k]$, si

$x_1[n] = [\underline{6}, 4,2,3,4,4,3,2]$

$x_2[n] = [\underline{4}, 4,3,2,6,4,2,3]$

Ejercicio 4 (1 punto)

Considera las dos secuencias $x_1[n]$ y $x_2[n]$

El valor de la muestra n=2 de x_2 es 'a'

$x_1[n] = [\underline{2}, 1, 3, 1]$

$x_2[n] = [\underline{-1}, 1, a, 1]$

Si la convolución circular de 4 muestras de $x_1[n]$ y $x_2[n]$ es $y[n] = [4, 2, 1, 0]$

¿Es posible determinar unívocamente el valor de a? Si la respuesta es negativa, da dos valores posibles de a

Ejercicio 5 (1 punto)

a) Calcula $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$, la convolución lineal de las secuencias $x_1[n]$ y $x_2[n]$

$x_1[n] = [\underline{2}, 3, 1, 4]$

$x_2[n] = [\underline{-2}, 1, -1,5,3]$

b) Calcula la convolución lineal $y[n] = x_2[n] * x_2[n]$ mediante la convolución circular.

Ejercicio 6 (1,5 puntos)

Considera la señal x[n]

$$x[n] = \begin{cases} 1 & n = 0,1,2,3,4 \\ 0 & \text{otro } n \end{cases}$$

a) Calcula la expresión de la TFSD de $x[n]$

b) Calcula la expresión de la DFT de N muestras de la señal $x[n]$ para N>5

c) Indica si son verdaderas o falsas las siguientes afirmaciones (sin calcular explícitamente las transformadas), **justificando cada decisión**

c1) $X_4[k] = X(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi k}{4}}$ donde $X_4[k]$ es la DFT de 4 muestras de $x[n]$

c2) $X_5[k] = X(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi k}{5}}$ donde $X_5[k]$ es la DFT de 5 muestras de $x[n]$

c3) $X_{10}[k] = X(e^{j\omega})\big|_{\omega=\frac{2\pi k}{10}}$ donde $X_{10}[k]$ es la DFT de 10 muestras de $x[n]$

c4) $X_{10}[k] = X_4[k]$ para k=0, 1, ..., 4 c5) $X_5[k] = X_4[k]$ para k=0, 1, ..., 4

Ejercicio 7(2 puntos)

Considera dos secuencias de 4 muestras $x_1[n]$ y $x_2[n]$ con valores:

$$x_1[n] = \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right) \quad n = 0,1,2,3$$

$$x_2[n] = 2^n \quad n = 0,1,2,3$$

a) Calcula la DFT de cuatro muestras $X_1[k]$ de $x_1[n]$

b) Calcula la DFT de cuatro muestras $X_2[k]$ de $x_2[n]$

c) Calcula $y[n] = x_1[n] \circledast_N x_2[n]$ la convolución circular de N=4 muestras de $x_1[n]$ y $x_2[n]$ aplicando directamente el operador de convolución circular.

d) Calcula la secuencia $y[n]$ del apartado anterior trabajando en el dominio de la DFT, utilizando las transformadas halladas en (a) y (b).

e) ¿Coincide la convolución lineal de las secuencias $y[n] = x_1[n] * x_2[n]$ con la convolución circular calculada en (c)? Justifca tu respuesta