Prueba de Evaluación Continua_2 (PEC2)

Presentación

Esta PEC consta de 6 problemas que evalúan los conceptos adquiridos en el módulo 2.

Competencias

1. Conocimiento de materias básicas i tecnologías, que capaciten para el aprendizaje de nuevos métodos y nuevas tecnologías, y doten al estudiante de una gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
2. Comprensión y dominio de los conceptos básicos de sistemas lineales y las funciones i transformaciones relacionadas, y su aplicación para la resolución de problemas propios de la ingeniería.
3. Capacidad para analizar, codificar, procesar i transmitir información multimedia empleando técnicas de procesamiento analógico i digital de la señal.

Objetivos

1. Conocer la definición de la TFSD así como su relación con la transformada Z
2. Aprender a calcular la TFSD de las señales típicas aperiódicas de más utilidad en el ámbito de procesado de señal.
3. Conocer y aplicar convenientemente las principales propiedades matemáticas de la TFSD.
4. Calcular la TFSD de señales discretas periódicas extendiendo así el uso de esta útil herramienta de cálculo.
5. Aplicar los conocimientos y propiedades de la TFSD para la caracterización y diseño de sistemas LIT digitales.

Descripción de la PEC a realizar

Resolver los problemas propuestos

Recursos

Apuntes y problemas resueltos del módulo 2 que se encuentran en el foro.

Formato y fecha de entrega

Se entregará editada y/o escaneada en un único archivo en formato PDF, con el siguiente nombre: apellidos_nombre_PEC2.pdf

Ejercicio 1

Calcula la transformada de Fourier de las siguientes señales discretas usando la definición de la TFSD

a)

$$x[n] = \begin{cases} \left(\frac{1}{2}\right)^n & n = 0,2,4,6,\dots \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

b)

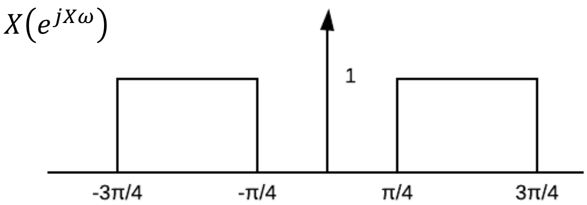
$$x[n] = a^n \sin(\omega_0 n)\, u[n]$$

c)

$$x[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^{-n} u[-n-1]$$

Ejercicio 2

a) Calcula la TFSD inversa de $X(e^{j\omega})$ usando la expresión de síntesis (la integral)



b) Calcula la TFSD inversa de

$$X(e^{j\omega}) = |X(e^{j\omega})| e^{j\sphericalangle X(e^{j\omega})}$$

Donde

$$|X(e^{j\omega})| = \begin{cases} 1 & 0 \le |\omega| < \frac{\pi}{4} \\ 0 & \frac{\pi}{4} \le |\omega| < \pi \end{cases}$$

$$e^{j\sphericalangle X(e^{j\omega})} = -\frac{3\omega}{2}$$

Ejercicio 3

Determina los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier de las siguientes secuencias periódicas

a) $x[n] = \sin\left(\frac{\pi(n-1)}{4}\right)$

b) $x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{8}\right) + 3\cos\left(\frac{\pi n}{4} + \frac{\pi}{3}\right)$

En cada caso

(i) Calcula el período de la secuencia

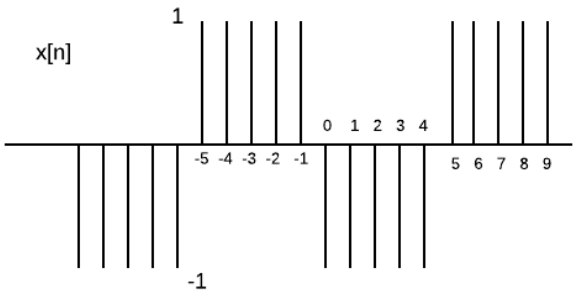
(ii) Indica cuántos coeficientes distintos hay

(iii) Calcula el valor de todos los coeficientes según (ii)

(iv) Calcula el valor de los coeficientes a_{-10} y a_{17} de la secuencia (a) y los coeficientes a_{-17} y a_{46} de la secuencia (b)

Ejercicio 4

a) Considera la siguiente señal periódica x[n]



Usando las propiedades de las series de Fourier y sin evaluar explícitamente los coeficientes, responde si cada una de las siguientes relaciones es verdadera o falsa. Justifica cada respuesta

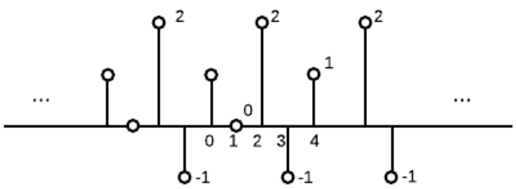
(i) $a_k = a_{k+10} \ \ \forall k$

(ii) $a_k = a_{-k} \ \ \forall k$

(iii) $a_k e^{jk\left(\frac{2\pi}{5}\right)}$ es real $\forall k$

(iv) $a_0 = 0$

b) Considera la siguiente secuencia x[n]



(i) Calcula su período

(ii) Calcula los coeficientes de su desarrollo en serie de Fourier. ¿Cuántos coeficientes distintos hay?

(iii) Escribe la expresión de su desarrollo en Serie de Fourier (utilizando los coeficientes calculados en (ii))

(iv) Escribe su TFSD

Ejercicio 5

Considera un sistema con respuesta al impulso

$$h[n] = \left(\frac{1}{2}\right)^n cos\frac{\pi n}{2}u[n]$$

a) Calcula la respuesta frecuencial del sistema S: $H(e^{jw})$. Para ello puedes utilizar tabla de propiedades y TFSD conocidas

b) Sea la siguiente señal de entrada de S:

$$x[n] = cos\frac{\pi n}{2}$$

Calcula la señal de salida de S: $y[n]$.

Pista: puedes utilizar la siguiente propiedad,

$$cos\frac{\pi n}{2} = \frac{1}{2}e^{\frac{j\pi n}{2}} + \frac{1}{2}e^{\frac{j\pi n}{2}}$$

y el hecho de que las exponenciales son autofunciones de los sistemas LTI (es decir, si $x[n] = e^{jw\omega_0 n}$ entra a un sistema lineal e invariante de respuesta frecuencial $H\left(e^{j\omega}\right)$, la salida es $y[n] = H\left(e^{j\omega_0}\right)e^{j\omega_0 n}$)

Ejercicio 6

Considera la siguiente ecuación en diferencias con coeficientes constantes

$$y[n] - \frac{1}{2}y[n-1] = x[n]$$

que describe un sistema lineal, invariante y causal

a) Calcula la respuesta frecuencial del sistema $H(e^{j\omega})$

b) Calcula y[n], la salida del sistema para cada una de las siguientes señales de entrada

(i) $x[n] = \delta[n]$

(ii) $x[n] = \delta[n-n_0]$

(iii) $x[n] = \left(\frac{3}{4}\right)^n u[n]$