Prueba de Evaluación Continua_4 (PEC4)

Presentación

Esta PEC consta de 6 ejercicios que evalúan los conceptos adquiridos en el módulo 4.

Competencias

1. Conocimiento de materias básicas y tecnologías, que capaciten para el aprendizaje de nuevos métodos y nuevas tecnologías, y doten al estudiante de una gran versatilidad para adaptarse a nuevas situaciones.
2. Comprensión y dominio de los conceptos básicos de sistemas lineales y las funciones y transformaciones relacionadas, y su aplicación para la resolución de problemas propios de la ingeniería.
3. Capacidad para analizar, codificar, procesar y transmitir información multimedia empleando técnicas de procesamiento analógico y digital de la señal.

Objetivos

1. Comprender el interés del tratamiento digital de señales analógicas.
2. Entender la relación entre la respuesta de un sistema en tiempo continuo y su equivalencia en el dominio del tiempo discreto.
3. Conocer las operaciones de diezmado e interpolación para llevar a cabo cambios en la frecuencia de muestreo, y comprender el impacto que tienen en el dominio frecuencial.
4. Conocer las alternativas para implementar sistemas en tiempo discreto, lineales e invariantes, para una respuesta frecuencial dada.

Descripción de la PEC a realizar

Resolver los problemas propuestos

Recursos

Apuntes y problemas resueltos del módulo 4 que se encuentran en el foro.

Formato y fecha de entrega

Se entregará editada y/o escaneada en un único archivo en formato PDF, con el siguiente nombre: apellidos_nombre_PEC4.pdf

Problema 1 (2 puntos)

Considera la señal en tiempo continuo $x(t) = \sin(2\pi f_1 t) + \cos(2\pi f_2 t)$ donde $f_1 = 100Hz$ y. $f_2 = 150Hz$

(a) Calcula la transformada de Fourier de $x(t)$, $X(\Omega)$. Escribe la expresión de la transformada en función de la frecuencia Ω (rad/seg) y también en función de la frecuencia $F = \Omega/_{2\pi}$ (Hz).

Realiza dos dibujos de la transformada, uno con el eje de frecuencias en Ω (rad/seg) y otro con el eje de frecuencias en $F = \Omega/_{2\pi}$ (Hz).

En los dibujos escribe claramente los valores de las frecuencias y amplitudes significativas

(b) Cuál es la frecuencia de Nyquist de $x(t)$? Exprésala en rad/seg y en Hz.

(c) Muestreamos $x(t)$ a frecuencia $F_m = 400Hz$

Calcula la expresión de la señal discreta x[n]. Analiza la periodicidad de x[n]. Calcula y dibuja los valores de 10 muestras de la señal, para n=1,…,10

(d) Escribe la expresión de la transformada de Fourier de la señal muestreada $X_m(\Omega)$ en función de la frecuencia Ω (rad/seg) y también en función de la frecuencia $F = \Omega/_{2\pi}$ (Hz).

Realiza dos dibujos de la transformada, uno con el eje de frecuencias en Ω (rad/seg) y otro con el eje de frecuencias en $F = \Omega/_{2\pi}$ (Hz)

En los dibujos escribe claramente los valores de las frecuencias y amplitudes significativas

(e) Representa la transformada de Fourier de la señal discreta $X(e^{jw})$ en dos gráficos, uno con el eje de frecuencias en términos de ω y otro con el eje de frecuencias en términos de $f = \omega/_{2\pi}$

En los dibujos escribe claramente los valores de las frecuencias y amplitudes significativas

(f) Representa un único período de la transformada de Fourier del apartado (e), con frecuencias f en el intervalo [-0.5, 0.5), y en otro gráfico representa un período con frecuencias f en el intervalo [0, 1).

En los dibujos escribe claramente los valores de las frecuencias y amplitudes significativas

Ejercicio 2 (2 puntos)

Se desea muestrear la señal continua

$x(t) = 3\sin(2000\pi t) + 2\cos(4000\pi t) + \cos(6000\pi t)$,

con un sistema conversor analógico-digital ideal, con frecuencia de muestreo F_m para obtener la señal discreta $x[n] = x(t)_{t=nT_m}$

(a) Calcula la transformada de Fourier de $x(t)$ y representa gráficamente su modulo (en la escala de frecuencias que prefieras, rad/seg or Hz)

(b) ¿Cuál es la frecuencia de muestreo mínima para poder recuperar el contenido completo de la señal a partir de estas muestras?

La señal se muestrea con $F_m = 5kHz$

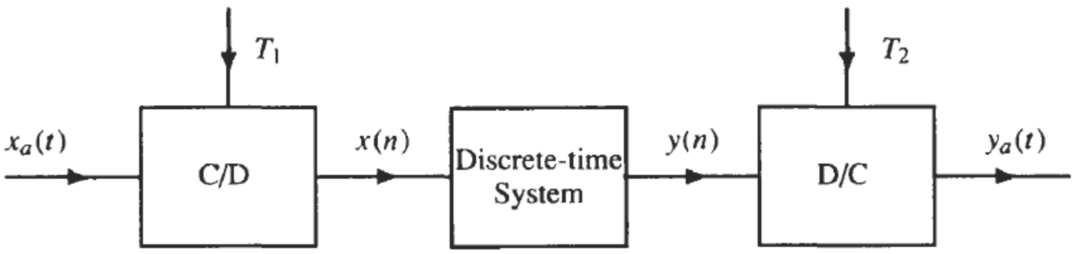
(c) Calcula y representa el módulo de la transformada de Fourier de la señal muestreada $X_m(\Omega)$

(d) A partir de la señal digital se recupera la señal analógica $y(t)$ con un conversor digital-analógico ideal. ¿Cuáles son la frecuencia de corte y la amplitud de este filtro? Calcula la expresión de la señal reconstruida $y(t)$. ¿Se produce aliasing? (justifica)

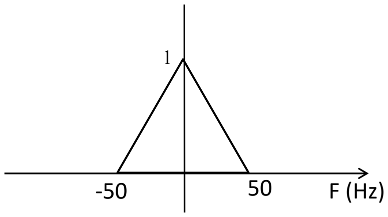
(e) Repite los apartados (c) y (d) para $F_m = 4{,}5kHz$

Ejercicio 3 (2 puntos)

Se utiliza el siguiente sistema para procesar una señal continua con un sistema discreto



Supongamos que la señal continua $x_a(t)$ está limitada en banda, con $X_a(\mathrm{F}) = 0$ para $|\mathrm{F}| > 50Hz$ como se muestra en la figura



El sistema discreto es un filtro paso-bajo ideal con frecuencia de corte $f_c = 0.2$

(a) Cuál debe ser la frecuencia de muestreo F_m para evitar aliasing?

(b) Si $T_1 = \frac{1}{200}$ y $T_2 = \frac{1}{200}$

Dibuja los siguientes espectros de Fourier:

- de la señal $x_a(t)$ muestreada $X_d(\Omega)$

- de la señal discreta x(n)

- de la señal discreta filtrada y(n)

- de la señal continua reconstruida $y_a(t)$

(c) Repite el apartado (b) para $T_1 = \frac{1}{75}$ y $T_2 = \frac{1}{75}$

Ejercicio 4 (1 punto)

Sea $x[n] = \sin(2\pi f_1 n)$ una sinusoide de frecuencia discreta $f_1 = 0.3$

(a) Dibuja la transformada de Fourier de $x[n]$

(b) Dibuja la transformada de Fourier de $v[n] = x[n].\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta[n-2k]$

(c) Dibuja la transformada de Fourier de la secuencia diezmada $y[n] = v[2n] = x[2n]$.

¿Se produce aliasing? ¿Por qué?

(d) Escribe la expresión de la secuencia diezmada y[n] utilizando frecuencias en el rango [0,1)

(e) ¿Cuál es el máximo valor de f_1 para el que no se produce aliasing?

Ejercicio 5 (1 punto)

Sea $x[n] = \sin(2\pi f_1 n)$ una sinusoide de frecuencia discreta $f_1 = 0.3$

(a) Dibuja la transformada de Fourier de $x[n]$

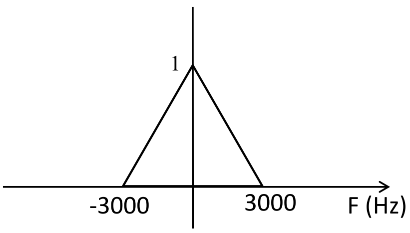
(b) Dibuja la transformada de Fourier de $v[n] = \begin{cases} x[\frac{n}{2}] & si\ \frac{n}{2}\ es\ entero \\ 0 & en\ otro\ caso \end{cases}$

(c) Dibuja la transformada de Fourier de la secuencia interpolada $y[n] = v[n] * h[n]$. Considera un filtro interpolador ideal, con frecuencia de corte 1/4

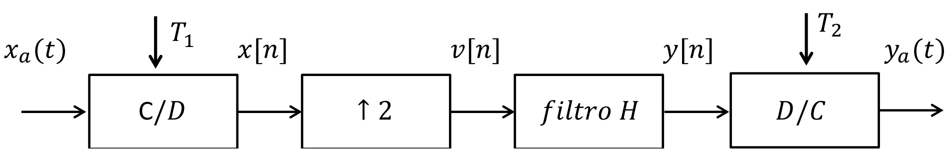
(d) Escribe la expresión de la secuencia interpolada y[n] utilizando frecuencias en el rango [0,1)

Ejercicio 6 (2 puntos)

Considera una señal en tiempo continuo $x_a(t)$ de ancho de banda 3 kHz cuya transformada de Fourier $X_a(\Omega)$ se representa en la siguiente figura (frecuencias en Hz)



Dicha señal se aplica a la entrada de siguiente esquema de interpolación:



Donde T1= 10kHz

(a) Dibuja la transformada de Fourier de $x[n]$, $X(e^{jw})$ indicando claramente frecuencias y amplitudes.

(b) Dibuja la transformada de Fourier de $v[n]$, $V(e^{jw})$ indicando claramente frecuencias y amplitudes. ¿Se produce aliasing en el muestreo de $x_a(t)$? ¿Por qué?

(c) La interpolación ideal se realiza mediante un filtro digital paso bajo H, tal como se muestra en la figura. Indica cuál debe ser la ganancia del filtro H y el margen de valores posibles para la frecuencia de corte Fc del filtro

(d) ¿Cuál debe ser el valor de T2 en el conversor D/C?